

EL CAJERO

Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización de los números y las operaciones de suma y de resta

María Fernanda Delprato

FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES DE LA UNC / ARGENTINA
ferdelprato@hotmail.com

Irma Fuenlabrada

DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS, CINVESTAV-IPN / MÉXICO
irfuen@mail.cinvestav.mx

INTRODUCCIÓN. La problemática del analfabetismo es la marginación de los adultos de una simbolización con valor social. Aquí se retoma esta agenda desde el campo de la exclusión del dominio de la simbolización matemática.

Este trabajo se ocupa de uno de los recursos utilizados en el diseño y experimentación de la ingeniería didáctica estudiada por Delprato (2002), el juego de El Cajero. Interesa particularmente describir y destacar su valor didáctico como recurso que permite la interacción de los adultos analfabetos con las leyes del sistema de numeración decimal, proveyéndolos de elementos para acceder a la representación, con sentido, de los números. Así mismo, el juego El Cajero les posibilita el control del manejo simbólico de las operaciones de suma y resta.

La ingeniería didáctica diseñada considera las aportaciones de la educación de adultos y de la didáctica de las matemáticas en relación con la importancia de valorar y recuperar las nociones y usos sociales de los números y "las cuentas" de los sujetos de aprendizaje, siendo relevante a la vez la extensión de estos saberes y usos previos hacia el conocimiento



de las funciones y leyes del sistema simbólico que usamos: el sistema numérico decimal.

ACTIVIDADES. La investigación de referencia se desarrolló a lo largo de 10 sesiones de 45 minutos con cada una de las siguientes tres mujeres: Carmen (46 años, dos años de primaria, atendida un puesto de dulces), Sofía (28 años, iniciando la escuela primaria, empleada doméstica) y Olga (25 años,

iniciando proceso de alfabetización, empleada doméstica). Ellas migraron a la capital provenientes, respectivamente, de los estados de México, Hidalgo y Guerrero. Fueron atendidas de modo individual con acciones de enseñanza pertinentes a cada una de ellas, en función de sus saberes previos, de sus posibilidades de respuesta, de sus visiones sobre las temáticas trabajadas y sobre el saber matemático en general. No obstante, cabe señalar que esta modalidad de asesoría individual se identifica con uno de los estilos vigentes en el Instituto Nacional de Educación de Adultos (INEA) de México, pero se diferencia en su contenido.

Antes de profundizar en el juego de El Cajero, es necesario precisar algunas cuestiones de orden matemático. El sistema de

numeración que habitualmente se usa para escribir los números es de base (10) y de posición. Estas características "... conllevan rasgos peculiares de los algoritmos de suma y resta usados. El número de símbolos limitado a diez (0,1,2,...,9) y el carácter posicional del sistema da la posibilidad de operar sobre cada agrupamiento (los unos, los dieces, los cienes, etcétera), en ambas operaciones, como si se lo hiciera sobre dígitos." (Fuenla-



brada, I., *et al* 1984) Por ejemplo, en la suma $45+23$, se puede sumar $4+2$ (dieces), y en la resta $45-23$ se puede restar $4-2$ (dieces), es decir que sumamos en este caso, decenas como si fueran dígitos.

Otro rasgo de estas operaciones deriva de las leyes de transformación del sistema numérico decimal. Por ejemplo, en $45+28$, al sumar $5+8$ (unos) se obtienen 13 unos, que se transforman en 1 (diez) y 3 (unos), el 1 (diez) así obtenido debe considerarse con la suma de $4+2$ (dieces). Mientras en la resta, $562-381$, por ejemplo, al querer restar $6-8$ (dieces) se hace necesario tomar 1 (cien) y desagruparlo en 10 (dieces) que con los 6 (dieces) que se tienen hacen 16 (dieces) a los que se le pueden restar los 8 (dieces), quedando en el minuendo sólo 4 (cienes).

EL JUEGO DE EL CAJERO. CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS GENERALES. El juego se implementó en la tercera sesión como un ajuste a la forma en que se venía trabajando el sistema de numeración. Inicialmente, se realizaron actividades de reflexión sobre regularidades de la serie numérica escrita. La actuación de las mujeres en esas actividades puso en evidencia que no podían anticipar desplazamientos en la serie numérica que implicaran reagrupamientos o desagrupamientos. Estas dificultades y la preocupación por facilitar rápidas evidencias de aprendizajes sociales relevantes para los

adultos (la usual escritura de los números y de los algoritmos), condujeron al mencionado ajuste: introducir el juego del El Cajero y el registro en una tabla. De esta forma buscábamos propiciar, en las mujeres, una interacción reflexiva con las leyes constitutivas del sistema habitual de representación de los números y, una aproximación a los algoritmos convencionales de suma y resta.

EL CAJERO. CONSIDERACIONES DIDÁCTICAS ESPECÍFICAS PARA ADULTOS DE BAJA ESCOLARIDAD Se necesita organizar un banco, designar un cajero y tener tres dados. La organización del banco tuvo como referente el dinero de circulación cotidiana. Se eligió el dinero por ser un portador social de uso de los números que permite recuperar la familiarización implícita de sus usuarios —aún de los adultos analfabetos— con las leyes de cambio relacionadas con el carácter *decimal* del sistema de numeración. En México circulan monedas de 1, 2, 5, 10, 20 pesos y billetes de 20, 50, 100, 200 y 500 pesos. Por ello, en dos de las caras de cada uno de los tres dados, aparecían los números: 1, 2 y 5 (en el primer dado); el 10, 20 y 50 (en el segundo); y el 100, 200 y 500 (en el tercero). Y se utilizaron para el banco fotocopias sólo de las monedas de \$1 y \$10 y el billete de \$100, por su relación con los agrupamientos decimales del sistema de numeración.

Por tratarse de una intervención individual, el rol de cajero (el dueño del banco) lo asumió la entrevistadora quien además participó como *contrincante* de la mujer entrevistada.

El Cajero ascendente: los jugadores por turnos tiran los dados y piden al cajero monedas de \$1 y \$10 y billetes \$100 en función de lo que los dados señalen. **Cada vez que se reúnen diez monedas del mismo valor deben cambiarse por una del valor inmediato superior.** Así, diez monedas de \$1 se cambian por una moneda de \$10; a su vez, diez monedas de \$10 de-

ben cambiarse por un billete de \$100. **Gana el primer jugador que logre reunir una cantidad de dinero preestablecida.**

El Cajero descendente: cada jugador recibe al inicio una cantidad de dinero. Por turnos los jugadores tiran el dado y **entregan al banco la cantidad exacta de dinero que indiquen éstos usando sólo monedas de, \$1 y/o \$10, y/o billetes de \$100.** Esto implica que cuando un jugador no tiene suficientes monedas de la denominación que debe entregar se ve en la necesidad de cambiar en el banco una de orden superior. Por ejemplo, si un jugador tiene que entregar \$52 pero sólo tiene billetes de \$100, debe tomar uno de éstos y cambiarlo en el banco por diez monedas de \$10 y a su vez, tomar una de estas monedas y cambiarla por diez monedas de \$1 y así entregar las cinco monedas de \$10 y las dos de \$1. **Así, gana el primer jugador que se deshaga de su dinero.**

El Cajero propicia una familiarización informal con los procedimientos de agrupar y desagrupar requeridos para la resolución de las operaciones convencionales de suma y resta.

Esta explicitación de la regla de cambio se acompañó del registro en una tabla —de la que nos ocuparemos luego— que posibilitó el reconocimiento de los agrupamientos que componen el sistema (los *cienes*, los

dieces y los *unos*) y su vínculo con la escritura (posicional) de los números.

Cabe aclarar que formalmente sólo se trabajó con El Cajero y el registro en la Tabla en las sesiones tercera y cuarta. Posteriormente, la representación de los números y de la operatoria se realizaron en situaciones aditivas (suma y resta) mediante problemas del contexto comercial. En estos ejercicios usamos cantidades representadas con y sin correspondencia con la escritura convencional (\$235, por ejemplo, podía estar representado con un billete de \$100, doce monedas de \$10 y quince monedas de \$1; o bien, con dos billetes de \$100, tres monedas de \$10 y cinco monedas de \$1). Es decir, desde la perspectiva de la ingeniería didáctica implementada, se trataba de ver en qué medida la reflexión sobre las leyes de agrupamiento y su correspondencia con las restricciones de una escritura posicional (propiciadas por El Cajero y el registro en Tabla), eran incorporadas por las mujeres en la resolución de problemas.

¿QUÉ SABÍAN LAS MUJERES Y A QUÉ SE ENFRENTARON REALIZANDO EL JUEGO DE EL CAJERO?

Con base en los conocimientos previos de cada una de las mujeres y con el propósito de extenderlos, planteándoles un reto intelectual, las actividades con El Cajero ascendente y descendente se realizaron en rangos numéricos diferentes. Así con Carmen se trabajó del 0 al 900 (dominio inicial hasta el 200), con Sofía del 0 al 200 (dominio inicial hasta el 100) y con Olga del 0 al 100 (dominio inicial hasta el 20). El dominio inicial de cada una de las mujeres alude a las posibilidades de escritura y lectura de números, lo cual no se correlacionaba de manera directa a sus posibilidades de

reconocer cantidades mayores usando el dinero. Por ejemplo, sabían que tenían \$235 cuando esa cantidad (235) estaba representada con monedas y billetes aunque no supieran escribirla. Las entrevistadas también manejaban procedimientos de cambio por sus vivencias cotidianas con el uso del dinero. Sabían, por ejemplo, que si el dado señalaba 200 debían pedir dos billetes de \$100; también que doce monedas de \$10 son lo mismo que un billete de \$100 y dos monedas de \$10; asimismo sabían que podían cambiar un billete de \$100 para obtener monedas de \$10. Sin embargo, fue El Cajero el recurso que posibilitó la explicitación de dichos procedimientos de cambio y permitió a la vez su sistematización.

En cuanto a las estrategias que las mujeres inicialmente tenían para controlar el cálculo se observó que eran diversas. Olga mostraba serias dificultades para retener la información en el cálculo mental, por desconocer la representación simbólica de números mayores al 20 y la representación gráfica de la suma y la resta. Sofía siempre recurría a una *cuenta* escrita (cuando podía escribir los datos) pero usaba un algoritmo erróneo. Carmen disponía de un eficaz cálculo mental como recurso (con anotaciones ocasionales de los datos o de la suma), pero tenía dificultades cuando tenía que operar con números grandes (mayores al 600) y cuando era neces-

sario hacer transformaciones sucesivas (en el caso de la resta). Tanto Sofía como Carmen, contaban con algún registro de la suma y la resta, pero no tenían ninguna posibilidad de argumentación para sostener el *me llevo* o el *le pido prestado*, aún cuando Carmen resolvía exitosamente.

EL REGISTRO EN UNA TABLA. Al mismo tiempo que las mujeres realizaban El Cajero ascendente o el descendente, se les solicitó que fueran registrando en una tabla (de tres columnas cuyos encabezados eran \$100, \$10 y \$1 —en ese orden—) los resultados de sus tiradas, uno debajo del otro, destacando con marcador lo obtenido una vez realizados los cambios. También se les propuso el trabajo inverso, es decir, identificar los agrupamientos presentes en una cantidad de dinero registrada en la tabla; a lo que se adicionaba una reflexión sobre la no pertinencia de escribir en una columna más del número nueve (en atención a la regla de cambio). Posteriormente, al retomar el registro convencional de los números (que inicialmente podían producir) y su correlación con el registro en una tabla, pudieron así reconocer el rastro de los agrupamientos en la posición de las cifras.

En El Cajero ascendente, todas las entrevistadas tuvieron dificultad para aplicar la regla de cambio, porque en la representación con dinero es tan válido tener \$18 sólo con monedas

de \$1, como tenerlos con una moneda de \$10 y ocho de \$1. El registro en la tabla permitió a las mujeres diferenciar las distintas formas de representar las cantidades con dinero de su representación en correspondencia con la escritura numérica convencional. Esto fue posible porque fueron



comprendiendo a la regla de cambio como el recurso para controlar y producir el registro convencional de una cantidad de dinero que hasta entonces sólo podían nombrar por su conocimiento del sistema monetario.

Por ejemplo, Olga, apoyada en las regularidades de la serie numérica oral y su experiencia con el dinero, en la resolución de un problema escribe 61 para el seiscientos (seis... [6]... cien [1] tos), número que le era desconocido (sólo sabía escribir hasta el 20). Luego logra rectificar su escritura mediante la identificación del agrupamiento, pues dice son "seis de a cien" y la entrevistadora le pregunta: "¿tienes monedas de a diez, tienes monedas de un peso? Oh —... Uhm ... no (...) seis (Olga borra el 61). Sí, seis (escribe el 600)". Se infiere que el razonamiento de Olga no se sostiene en el rito tradicional de identificación de *unidades, decenas y centenas* sino en la recuperación de El Cajero y la tabla como recursos que le han permitido comprender la escritura y la operatoria del sistema numérico decimal.

Cabe señalar que en El Cajero descendente, las tres mujeres aceptaron, en cambio, sin dificultad la regla de transformación puesto que ésta es una estrategia relacionada con la posibilidad de operar, es decir, ellas reconocían la necesidad de tener cambio para poder entregar exactamente la cantidad requerida.

RESULTADOS. Al inicio de la experiencia de aprendizaje, las mujeres podían resolver problemas aditivos, referidos al contexto comercial, con estrategias de cálculo ineficientes (Olga y Sofía) o limitadas (Carmen). Podían también reconocer oralmente las cantidades de dinero involucradas en los problemas; y podían, escribir algunos números pero desconocían las razones que sustentan la escritura de los números y sus relaciones con los mecanismos usuales de manipulación simbólica de la suma y la resta.

El Cajero y el registro en la Tabla (tirar los dados, cambiar y registrar) permitieron que las entrevistadas interactuaran sistemática y ordenadamente con los procedimientos infor-

males de suma y resta en un ámbito reconocido por ellas (las relaciones de cambio monetario). Además estos recursos propiciaron el descubrimiento de las leyes del sistema de numeración decimal que se expresan en la escritura posicional y el control de los procedimientos algorítmicos de la suma y la resta.

Así Olga, con esta forma de enseñanza de la representación escrita, accedió a un recurso para retener información (la escritura de los datos de un problema) y mejoró su desempeño en el cálculo haciendo uso de algoritmos escritos en reemplazo de su cálculo mental inicial poco eficaz. Sofía pudo revisar sus algoritmos previos erróneos, acceder a los procedimientos algorítmicos correctos y a su argumentación mediante el uso de la Tabla. Finalmente Carmen, al explicitarse la lógica subyacente a los algoritmos confrontando la resolución ya conocida por ella y la resolución obtenida empleando la Tabla, logró extender estos procedimientos algorítmicos a números más grandes y argumentar las transformaciones que empleaba ritualmente ("llevar" y "pedir prestado").

Delprato (2002) entonces concluye en su estudio que

...el acceso a la representación escrita, si bien existen estrategias de cálculo ágrafas potentes y eficaces en determinados contextos, promueve la optimización de modos de resolución al dotar de mecanismos de sustitución o alternativos a la memorización, o al dotar de criterios de argumentación y control del propio cálculo, y por ende, de generalización. Esto último demanda un modo de acceso a la escritura de los números no signado por la arbitrariedad sino por el dominio de las leyes constitutivas de este sistema de representación.

RECOMENDACIONES PARA LA ACCIÓN

Explorar rangos numéricos de competencia de los adultos (producción, interpretación y orden en la serie —desplazamientos—). Con base en ellos, organizar el juego de El Ca-

jero ascendente y descendente, en rangos numéricos cercanos pero desafiantes, sistematizando las acciones de tirar los dados, cambiar y registrar en una tabla. Propiciar reflexiones sobre el registro en la tabla: sólo es válido escribir en cada columna los números del 0 al 9, revisar el valor (posicional) de las cifras y la conveniencia de realizar cálculos de izquierda a derecha. Después sustituir el registro en la tabla por el algoritmo ampliado.□

Lecturas sugeridas

ÁVILA, A. Y G. WALDEGG, 1994. *Hacia una redefinición de las matemáticas en la educación básica de adultos*, INEA, México. lmondragon@inea.sep.gob.mx www.crefal.edu.mx

FUENLABRADA, I., C. ESPINOSA Y M. DÁVILA, 1984. *Sistemas de Numeración*. Cuaderno de trabajo, DIE-CINVESTAV, México. bibdie@data.net.mx

FUENLABRADA, I., D. BLOCK, H. BALBUENA, Y A. CARVAJAL, 1991. "El Cajero" en: *Juega y aprende matemáticas. Propuesta para divertirse y trabajar en el aula*, Libros del Rincón, SEP, México. www.cinvestav.mx/die/public/page6.html

ARTIGUE, M., 1995. "Ingeniería didáctica, en P. Gómez (editor), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, Grupo Editorial Iberoamérica, México. www.engrupo.com.mx/menu.html

DELPRATO, MA. F., 2002. *Los Adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática*, maestría en ciencias, Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México. www.cinvestav.mx/die/public

